

Aus: Hans-Walter Leonhard: Pädagogik studieren.

Kohlhammer : Stuttgart 1992, S. 79 - 100

[Die Seitenumbrüche stimmen nicht immer mit dem Buch überein!]

Anhang: Logische Grundformen	
wissenschaftlicher Argumentation	79
Elementare Grundsätze, Definition, Urteil	81
Schlußformen im Syllogismus	85
Weitere Schlüsse aus zwei Prämissen	90
Induktionsschluß	93
Analogieschluß	94
Beweis	96
Zusatz: Ein Minikrimi, frei nach A. Christie	99

Anhang: Logische Grundformen wissenschaftlicher Argumentation

Alle Blendwerke im Schließen
entdecken sich am leichtesten,
wenn man sie auf schulgerechte
Art vor Augen führt. (Kant)

Logik ist »die Lehre vom richtigen Denken, oder genauer: von den Prinzipien und Voraussetzungen des richtigen Schließens« (DERBOLAV 1975, S. 5)¹. Die Logik hat also einen Gegenstand: Das auf korrekte Weise schlußfolgernde Denken. Über dieses Denken wird in der Logik nachgedacht und versucht, seine allgemeinen Prinzipien und Voraussetzungen zu beschreiben. Das bedeutet, zumindest für die klassische, auf Aristoteles zurückgehende Logik: Sie wird nicht *erfunden*, sondern *gefunden*. Sie ist kein konstruiertes Regelwerk, sondern die Rekonstruktion dessen, was sich beim korrekten Denken faktisch vollzieht. Die Logik enthält damit als Voraussetzung, daß es allgemein als gültig anerkannte Denkvollzüge gibt, und zwar unabhängig von ihrer expliziten Formulierung in der Logik. Man muß deshalb die Gesetze der Logik nicht bewußt kennen, um logisch denken zu können, wie selbst Hegel betont: »Dabei wird unbedenklich zuzugeben sein, daß, sowenig es, um gehörig zu verdauen, zu atmen usw., eines vorgängigen Studiums der Anatomie und der Physiologie bedarf, ebensowenig auch, um richtige Schlüsse zu ziehen, man vorher Logik studiert zu haben braucht« (HEGEL 1970, S. 336). Und man braucht die Gesetze der Logik auch

1) Die Ausführungen in diesem Kapitel orientieren sich weitgehend an DERBOLAV (1975).

nicht zu kennen, um Denkfehler, eigene oder die von anderen, entdecken zu können.

Aber Verstöße gegen die Logik entdeckt man nicht immer sofort oder spontan, manchmal ist die bewußte Überlegung und Frage notwendig: Stimmt das eigentlich? Ist der Schluß korrekt, der Beweis überzeugend? Für eine dann folgende Überprüfung ist es nützlich, z. B. die korrekten Schlußformen zu kennen und zu wissen, unter welchen Voraussetzungen Schlüsse der Sicherheit bzw. Schlüsse der Wahrscheinlichkeit möglich sind. Da auch in wissenschaftlichen Texten die Schlüsse oft nur verkürzt formuliert werden, ist es außerdem manchmal hilfreich, sich die Schlüsse 'schulgerecht' aufzubereiten, um die genaue Argumentationsstruktur zu identifizieren, nicht genannte, aber unterstellte Voraussetzungen zu entdecken usw. Die Beurteilung wird dadurch erleichtert, und je häufiger man so verfährt, desto besser schult man den eigenen 'logischen Takt'. Die folgenden Seiten wollen deshalb eine erste Kenntnis wichtiger logischer Kategorien und Formen bieten.

Elementare Grundsätze, Definition, Urteil

Die drei *elementaren Grundsätze* der Logik, auf denen sie wesentlich beruht, sind bereits von Aristoteles formuliert worden:

1. *Der Satz der Identität*: Jedes A ist mit sich selbst identisch.
[A bleibt A.]
2. *Der Satz vom Widerspruch*: Es ist nicht möglich, daß A gleichzeitig existiert und nicht existiert bzw. zutrifft und nicht zutrifft. [A ist nicht Nicht-A.]
3. *Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten*: Von zwei kontradiktorisch entgegengesetzten Urteilen ist entweder das eine oder das andere wahr. Sie können nicht beide zugleich wahr sein und schließen die Möglichkeit eines dritten wahren Urteils aus.
[A ist B oder Nicht-B. Ein Drittes gibt es nicht.]

Diese drei Sätze formulieren genau genommen einen einheitlichen Gedankengang, der nach verschiedenen Seiten hin entfaltet wird. Der erste Satz bezeichnet die Bestimmtheit des Denkens: Ein bestimmt gedachter Denkinhalt ist mit sich selbst gleich. Er kann nicht gleichzeitig geleugnet sein - womit schon der zweite Satz angesprochen ist: Zwei sich ausschließende Aussagen können nicht gleichzeitig gültig sein. Der dritte Satz schließlich sagt: Aber eine dieser beiden Aussagen ist gültig, eine dritte, die ebenfalls gültig ist, gibt es nicht.

Zu beachten ist, daß es sich bei diesen Aussagen um *kontradiktorische* Gegensätze [A und Nicht-A] handelt, die durch Verneinung gebildet werden: »Ein Hemd ist entweder weiß oder nicht-weiß« ist eine wahre Aussage, eine dritte Möglichkeit gibt es nicht. Davon zu unterscheiden sind *konträre* Gegensätze: »Ein Hemd ist entweder weiß oder schwarz« ist eine falsche Aussage, denn es gibt viele weitere Möglichkeiten: rot, blau usw.

Definition

In der klassischen Logik ist die Definition die Bestimmung eines Begriffes; sie enthält dazu die Angabe der nächsthöheren Gattung

nd der artspezifischen Unterschiede. Lateinisch lautet das: *Definitio fit per genus proximum et differentia specifica*. Das bedeutet: Der zu bestimmende Begriff wird einem (allgemeineren) Oberbegriff zugeordnet und durch die Angabe spezifischer Merkmale von den übrigen Begriffen abgegrenzt, die ebenfalls unter den Oberbegriff fallen. Der zu definierende Begriff wird dabei als *definiendum*, und das, wodurch er definiert wird, als *definiens* bezeichnet.

Beispiel:

Ein Quadrat		> definiendum
ist ein Rechteck	> nächsthöhere Gattung	
mit vier gleich		> definiens
langen Seiten	> artspezifischer Unterschied	

Zur Erläuterung:

- Der Oberbegriff muß der *nächst*höhere sein. Beispiel: Wenn in der obigen Definition stehen würde »... ist ein Viereck ...«, wäre sie nicht mehr eindeutig, da dann z.B. auch eine Raute die Bedingungen der Definition erfüllen würde.

- Die angegebenen Unterschiede müssen Merkmale benennen, die innerhalb der angegebenen Gattung nur dem zu definierenden Begriff zukommen, sie müssen *artspezifisch* sein. Beispiel: »Ein Rechteck ist ein Viereck, dessen Innenwinkel 90° betragen« ist eine korrekte Definition. »Ein Rechteck ist ein Viereck mit je zwei parallelen Gegenseiten« ist als Definition untauglich, obwohl alle Rechtecke dieses Merkmal besitzen: Auch Parallelogramme erfüllen diese Bedingung.

Bei korrekten Definitionen besitzen *definiens* und *definiendum* den gleichen Bedeutungsumfang. Daraus ergibt sich eine erste, einfache Möglichkeit, Definitionen zu überprüfen: Man vertauscht die Satzglieder der Definition und überlegt, ob die Aussage richtig bleibt. Am Beispiel von oben: »Ein Viereck, dessen Innenwinkel 90° betragen, ist (immer) ein Rechteck«: Korrekt! »Ein Viereck mit je zwei parallelen Gegenseiten, ist (immer) ein Rechteck«: Falsch!

Bei den Definitionen ist zu unterscheiden zwischen den Realdefinitionen und den Nominaldefinitionen: Realdefinitionen beziehen sich auf eine Sache, einen Gegenstand, sie sagen aus, was dieser Gegenstand ist; Nominaldefinitionen beziehen sich auf ein Wort

und legen fest, mit welcher Bedeutung es verwendet werden soll. Eine Realdefinition setzt also ein inhaltliches Wissen über das definiendum voraus, während in der Nominaldefinition nur festgelegt oder vereinbart wird, mit welcher Bedeutung ein Wort verwendet werden soll.

Neben diesen klassischen Formen gibt es noch andere Möglichkeiten der Definition, zum Beispiel

a) eine Definition durch die möglichst vollständige Aufzählung der wichtigen Merkmale, wobei auf die Angabe eines Oberbegriffes verzichtet wird: »Skandinavier sind Dänen, Schweden, Norweger und Isländer.«¹

b) eine Definition als Funktionsbeschreibung oder Gleichung, wie sie vor allem in der Physik Verwendung findet: »Arbeit ist Kraft mal Weg.«

c) eine sogenannte operationale Definition durch die Angabe eines Meßvorgangs bzw. einer Meßoperation. Diese Form der Definition hat vor allem in den empirischen Wissenschaften große Bedeutung.

Urteil

In einem Urteil wird über einen Gegenstand (Subjekt) eine Aussage (Prädikat) formuliert. Urteile können nach verschiedenen Gesichtspunkten unterschieden werden:

1. Nach der *Quantität*

- Einzelnes, singuläres Urteil: Ein *einziges* Haus stürzte ein.
- Besonderes, partikulares Urteil: *Manche* Häuser stürzten ein.
- Allgemeines, universales Urteil: *Alle* Häuser stürzten ein.

2. Nach der *Qualität*

- Bejahendes, positives Urteil: Das Haus *ist* eingestürzt.
- Verneinendes, negatives Urteil: Das Haus *ist nicht* eingestürzt.

3. Nach der *Relation*

- Kategorisches Urteil: Wasser gefriert *immer* bei einer Temperatur unter 0E. (Ein Sachverhalt wird *ohne Einschränkung* festgestellt.)

1) Das Beispiel stammt von DERBOLAV (1975, S. 10).

- Hypothetisches Urteil: *Wenn* die Temperatur unter 0°C fällt, *dann* wird das Wasser gefrieren. (Es wird eine *Grund-Folge-Beziehung* formuliert, also eine Bedingung genannt, bei deren Existenz das Prädikat für das Subjekt zutrifft. Beim hypothetischen Urteil ist also nicht ungeklärt, *ob* der Grund immer die Folge bewirkt - darüber besteht Gewißheit. Hypothetisch wird dies Urteil genannt, da in ihm über das *tatsächliche Vorhandensein* des Grundes keine Aussage getroffen wird.)
 - Disjunktives Urteil: Wasser ist *entweder* in festem *oder* in flüssigem *oder* in gasförmigem Zustand. (Es werden *alle* Möglichkeiten formuliert, wobei die jeweiligen Möglichkeiten sich gegenseitig *ausschließen!*)
4. Nach der *Modalität*
- Problematisches Urteil: Es *kann* sein, daß das Wasser gefriert. (Es wird eine *Möglichkeit* ausgesprochen.)
 - Assertorisches Urteil: Das Wasser *ist* gefroren. (Es wird eine *Wirklichkeit* ausgesprochen.)
 - Apodiktisches Urteil: Das Wasser *mußte* gefrieren. (Es wird eine *Notwendigkeit* ausgesprochen.)

Wenn aus einem oder mehreren Urteilen ein weiteres abgeleitet werden kann, spricht man von einem Schluß. Die wichtigsten Schlüsse aus mehreren Prämissen sind die syllogistischen Schlüsse, die sog. gemischt-hypothetischen Schlüsse, die Induktionsschlüsse und die Analogieschlüsse.¹

1) Zu den Schlüssen aus einem Urteil, die hier nicht behandelt werden, vgl. DERBOLAV 1975, S. 27 ff.

Schlußformen im Syllogismus

Ein Syllogismus setzt sich aus drei einzelnen Urteilen zusammen: zwei Voraussetzungen (Prämissen) und einer Folgerung (Conclusio). Der als Beispiel wohl am häufigsten genannte Syllogismus lautet:

1. Alle Planeten sind *rund*.
2. Die ERDE ist ein Planet.

Also: Die ERDE ist *rund*.

Diese drei Urteile enthalten dabei insgesamt drei verschiedene Begriffe, die je zweimal vorkommen: das Subjekt der Folgerung (im Beispiel: »ERDE«), die Aussage über dieses Subjekt (im Beispiel: »*rund*«), und einen dritten Begriff, der zwischen dem Subjekt und der Aussage vermittelt, der sog. Mittelbegriff (im Beispiel: »Planet«).¹

Man kann bei den Syllogismen vor allem drei Schlußfiguren unterscheiden: Die Subsumtion, die Exklusion und die Exemplifikation. Die Beispiele für diese Schlüsse klingen oft gekünstelt, aber das hat einen einfachen Grund: In der alltäglichen Redeweise (und auch beim Schreiben) tauchen die Schlüsse nur selten in ihrer 'schulgerechten' Form auf, sondern werden verkürzt. Wenn eine der Prämissen als allgemein bekannt vorausgesetzt wird, dann wird sie meist nicht explizit formuliert; der Schluß enthält dann nur noch die andere Prämisse und die Folgerung. Um es am gleich folgenden Beispiel zu zeigen: Kaum jemand wird diesen Dreisatz ausformulieren, sondern statt dessen kurz sagen: »Hans Müller vergibt Noten, also beurteilt er Leistungen.« Nur wenn jemand nachfragen sollte, *warum* sich aus der Notenvergabe eine Leistungsbeurteilung ergibt, wird als Antwort kommen: »Durch Vergabe von Noten werden Leistungen beurteilt.«

1) In der formalen Schreibweise sind die Begriffe, die als Subjekt [S] bzw. Prädikat [P] gelten, immer das Subjekt und Prädikat der Folgerung, der übrigbleibende dritte Begriff gilt als Mittelbegriff [M]. Zur Verdeutlichung werde ich, wie schon oben, auch in den folgenden Beispielen das SUBJEKT in KAPITÄLCHEN, das *Prädikat kursiv* schreiben und den Mittelbegriff unterstreichen.

Subsumtionssyllogismus

Beispiel

<u>M</u> - <i>P</i>	Durch <u>Vergabe von Noten</u> werden <i>Leistungen beurteilt</i> .
S - <u>M</u>	HANS MÜLLER <u>vergibt Noten</u> .

S - <i>P</i>	HANS MÜLLER <i>beurteilt Leistungen</i> .

In diesem Syllogismus wird ein bestimmter Fall (Hans Müller, der Noten vergibt) zu einer allgemein gültigen Aussage über die Notenvergabe ins Verhältnis gesetzt und gefolgert, daß Hans Müller Leistungen beurteilt. Es handelt sich also um eine Unterordnung unter einen Oberbegriff (Subsumtion). Die Verbindung zwischen dem Subjekt HANS MÜLLER und dem Prädikat *Leistungsbeurteilung* wird durch den Mittelbegriff Vergabe von Noten hergestellt; der Mittelbegriff hat damit seine Aufgabe erfüllt und fällt im Schlußsatz heraus.

Exklusionssyllogismus

Beispiel

<i>P</i> - <u>M</u>	Durch <u>Vergabe von Noten</u> werden <u>Leistungen beurteilt</u> .
S - <u>M</u>	PETER MEIER <u>beurteilt keine Leistungen</u> .

S - <i>P</i>	PETER MEIER <i>vergibt keine Noten</i> .

In diesem Syllogismus wird ein bestimmter Fall (Peter Meier, der keine Leistungen beurteilt) zu der allgemein gültigen Aussagen über die Notenvergabe ins Verhältnis gesetzt und gefolgert, daß Peter Meier keine Noten vergibt. Es handelt sich also um eine Ausschließung (Exklusion). Die Verbindung zwischen dem Subjekt PETER MEIER und dem Prädikat *vergibt keine Noten* wird hier durch den Mittelbegriff Leistungsbeurteilung hergestellt.

Im ersten Syllogismus wird also der bestimmte Fall der allgemein gültigen Aussage *zugeordnet*, im zweiten Syllogismus aus ihr *ausge-*

geschlossen. Für die Schlußfigur ergeben sich damit verschiedene Konsequenzen, sollen diese Schlüsse gültig sein: Bei der Subsumtion muß sich die Satzaussage in der 2. Prämisse auf den Satzgegenstand, bei der Exklusion auf die Satzaussage in der ersten Prämisse beziehen. Werden diese Beziehungen verwechselt, ergeben sich Fehlschlüsse. Zwei Beispiele:

P - M Durch Vergabe von Noten werden Leistungen beurteilt.

S - M WALTER HUBER beurteilt Leistungen.

S - P WALTER HUBER *vergibt Noten*.

M - P Durch Vergabe von Noten werden *Leistungen beurteilt*.

S - M KARL SCHMITZ vergibt keine Noten.

S - P KARL SCHMITZ *beurteilt keine Leistungen*.

Die Folgerungen in diesen beiden Schlüssen sind nicht zwingend: Falls Herr Huber und Herr Schmitz zwar Leistungsbeurteilungen durchführen, aber in Form von Gutachten ohne Notenvergabe, treffen die jeweiligen Folgerungen nicht zu, obwohl die Prämissen sachlich richtig sind. Die formallogischen Fehler: Der Schluß im ersten Beispiel ist eine Subsumtion, der Schluß im zweiten Beispiel eine Exklusion. Die Schlüsse halten jedoch das jeweils dafür notwendige Verhältnis von Satzaussage in der zweiten Prämisse zum Satzgegenstand bzw. zur Satzaussage in der ersten Prämisse nicht ein.

Die Fehler sind unmittelbar einsichtig, und sie wären wohl auch ohne jede Kenntnis der Schlußformen schnell als Fehler erkannt worden. Manchmal sind solche Fehler jedoch etwas schwieriger zu erkennen, vor allem dann, wenn die Schlüsse in der verkürzten Form vollzogen werden. Als Beispiel nochmals die zwei korrekten und die zwei falschen Schlüsse, wobei auf die explizite Formulierung der ersten Prämisse verzichtet wird:

Karl Schmitz vergibt keine Noten, also beurteilt er keine Leistungen. Hans Müller vergibt Noten, also beurteilt er Leistungen. Peter Meier beurteilt keine Leistungen, also vergibt er keine Noten. Walter Huber beurteilt Leistungen, also vergibt er Noten.

Exemplifikationssyllogismus

Beispiel

<u>M</u> - P	<u>Fahrräder</u> sind umweltfreundlich.
<u>M</u> - S	<u>Fahrräder</u> sind FORTBEWEGUNGSMITTEL.

S - P	Es gibt FORTBEWEGUNGSMITTEL, die <i>umweltfreundlich</i> sind.

Eine Exemplifikation ist eine Erläuterung durch ein Beispiel; das Subjekt der ersten beiden Prämissen (Fahrrad) dient hier als Beispiel und Beleg für die Gültigkeit der Folgerung. Die Bedingungen, um diesen Schluß anzuwenden, sind:

- Der Begriff, der zum Vergleich dient, muß der Satzgegenstand der beiden Prämissen sein.
- Die beiden Satzaussagen müssen Eigenschaften betreffen, die nicht nur zufällig anzutreffen sind.

Gegen diese Regeln wird sehr selten verstoßen; da die üblichen Beispiele für Fehler entsprechend kurios und analoge Fehler in realen Argumentationen kaum anzutreffen sind, kann hier auf eigene Beispiele verzichtet werden.

Zum Schluß noch einige allgemeine Grundsätze, die in den syllogistischen Schlüssen enthalten sind:

1. Wenn in den beiden Prämissen bejahende Urteile enthalten sind, muß, wie Beispiel a) zeigte, auch die Folgerung ein bejahendes Urteil sein.
2. Wenn eine der beiden Prämissen ein verneinendes Urteil enthält, muß, wie Beispiel b) zeigte, auch die Folgerung ein verneinendes Urteil sein. Der Grund: Aus einer Prämisse, daß etwas *nicht* der Fall ist, kann nicht gefolgert werden, was statt dessen der Fall ist. (Ausnahme: Die erste Prämisse ist ein disjunktives Urteil, s. S. 91.)
3. Wenn beide Prämissen verneinende Urteile enthalten, kann keinerlei Folgerung gezogen werden.

Weitere Schlüsse aus zwei Prämissen

Gemischt-hypothetische Schlüsse

Bei diesen Schlüssen enthält die erste Prämisse eine Grund-Folge-Beziehung und die zweite Prämisse eine Feststellung über das Vorliegen oder Nicht-Vorliegen des Grundes bzw. der Folge in einem bestimmten Fall. Man muß dabei zwischen Schlüssen der *Gewißheit* und Schlüssen der *Wahrscheinlichkeit* unterscheiden, die hier jeweils möglich sind.¹

1. Schlüsse der Gewißheit

Beispiel a)

G	⊃	F	Wenn Emil bestraft wird, dann weint er.
+	G		Emil wird bestraft.

		+ F	Emil wird weinen.

Beispiel b)

G	⊃	F	Wenn Emil bestraft wird, dann weint er.
!	F		Emil weint nicht.

!	G		Emil wurde nicht bestraft.

In beiden Fällen ergibt sich ein Schluß der *Gewißheit*: Die erste Prämisse formuliert einen notwendigen Zusammenhang zwischen einer Strafe als Grund und dem Weinen als Folge. Deshalb kann man zwingend sagen: Wenn der Grund eintritt, ergibt sich die Folge (Beispiel a); wenn die Folge nicht vorhanden ist, fehlt auch der Grund (Beispiel b).

1) Zur formalen Schreibweise in den folgenden Beispielen:
 »G ⊃ F«: Eine Grund-Folge-Beziehung; »+ G«: Grund vorhanden; »! G«: Grund nicht vorhanden; »G (?)«: Grund wahrscheinlich vorhanden; »+ F«: Folge vorhanden; »! F«: Folge nicht vorhanden; »F (?)«: Folge wahrscheinlich vorhanden.

2. Schlüsse der Wahrscheinlichkeit

Beispiel c)

G	⊃	F	Wenn Emil bestraft wird, dann weint er.
+		F	Emil weint.

+		G (?)	Emil wurde wahrscheinlich bestraft.

Beispiel d)

G	⊃	F	Wenn Emil bestraft wird, dann weint er.
!		G	Emil wird nicht bestraft.

!		F (?)	Emil wird wahrscheinlich nicht weinen.

In beiden Fällen ist leicht einzusehen, weshalb nur ein Schluß der *Wahrscheinlichkeit* möglich ist: Zwar formuliert die erste Prämisse einen notwendigen Zusammenhang zwischen einer Strafe als Grund und dem Weinen als Folge, aber durch sie werden *andere* Gründe für ein Weinen *nicht* ausgeschlossen. Deshalb ist möglich: Wenn Emil weint, kann es also auch einen anderen Grund haben, also ist es nur wahrscheinlich (oder möglich), daß er bestraft wurde (Beispiel c); wenn Emil nicht bestraft wird, kann ein anderer Grund für das Weinen auftreten, also ist es nur wahrscheinlich (oder möglich), daß er nicht weinen wird (Beispiel d). Ein Schluß der *Sicherheit* wäre in solchen Fällen nur dann möglich, wenn in der Grund-Folge-Beziehung der ersten Prämisse jeder andere Grund für die Folge ausgeschlossen ist, z.B.: »Emil weint *nur* dann, wenn er bestraft wird.«

Ein möglicher Fehler bei den hypothetischen Schlüssen liegt deshalb darin, daß bei der Grund-Folge-Beziehung nicht genau genug darauf geachtet wird, ob die Folge *nur* aus dem benannten Grund entstehen kann oder ob auch andere Gründe möglich sind. Der Fall, daß lediglich ein Schluß der *Wahrscheinlichkeit* formuliert wird, obwohl einer der *Sicherheit* möglich gewesen wäre, ist dabei seltener als der umgekehrte Fall, daß eine *Sicherheit* behauptet wird, wo nur eine *Wahrscheinlichkeit* möglich gewesen wäre.

Beispiel: »Wenn ein Student eine Prüfung beim ersten Versuch nicht besteht, dann darf er sie wiederholen; Peter wiederholt die Prüfung, also hat er beim ersten Versuch die Prüfung nicht bestanden.« Dieser Schluß ist formallogisch falsch, denn beim Vorhandensein der Folge kann nicht notwendig auf einen Grund geschlossen werden. Der inhaltliche Grund: Es könnte ja auch sein, daß die Prüfungsordnung die Möglichkeit einer freiwilligen Wiederholung zur Notenverbesserung vorsieht! Da diese Schlüsse zudem oft verkürzt formuliert werden (»Peter wiederholt die Prüfung, also hat er sie nicht bestanden«), ist bei solchen Schlüssen besondere Aufmerksamkeit nötig.

Schlüsse aus einer disjunktiven ersten Prämisse

Bei diesen Schlüssen steht in der ersten Prämisse ein disjunktives Urteil. Danach, ob in der zweiten Prämisse ein positives oder ein negatives Urteil steht, lassen sich zwei Formen unterscheiden:

S ist entweder P_1 oder P_2 (oder P_3). Die Mutter eines Kindes ist entweder verheiratet oder geschieden oder ledig.
 S ist nicht P_2 (und nicht P_3). Die Mutter von Emil ist weder geschieden noch ledig.

 S ist P_1 . Die Mutter von Emil ist verheiratet.

oder:

S ist entweder P_1 oder P_2 (oder P_3). Die Mutter eines Kindes ist entweder verheiratet oder geschieden oder ledig.
 S ist P_1 . Die Mutter von Emil ist verheiratet.

 S ist nicht P_2 (und nicht P_3). Die Mutter von Emil ist weder geschieden noch ledig.

Auch wenn diese Schlußform sehr einfach aussieht, wird dabei leicht übersehen, daß das erste Urteil im strengen Sinne disjunktiv sein muß, soll der Schluß Gültigkeit haben: Es muß also *alle* Möglichkeiten enthalten, die sich zudem gegenseitig *ausschließen*. Zwei

einfache Beispiele für fehlerhafte Schlüsse, die entstehen, wenn dieses Kriterium nicht beachtet wird:

»Schlechte Noten sind entweder auf mangelnden Fleiß oder auf mangelnde Begabung zurückzuführen. Emil war fleißig, also fehlt es an der Begabung.« Der Fehler: Es gibt weitere Gründe für schlechte Noten, Nervosität in Prüfungssituationen, belastende Lebensumstände usw.

»Ausländer, die Aufenthaltsrecht in Deutschland beantragen, haben entweder politische Motive (Verfolgung im Heimatland) oder ökonomische Motive (Teilhabe am Wohlstand in der Bundesrepublik). Beim Antragsteller XY ist offensichtlich, daß er der Armut in seinem Heimatland entkommen möchte. Also liegen keine politischen Motive vor.« Der Fehler: Selbst wenn es tatsächlich nur diese beiden Motive geben sollte, ist der Schluß falsch, da die beiden Motive *gemeinsam* auftreten können!

Induktionsschluß

Im Induktionsschluß wird von einer gewissen Anzahl bekannter Fälle der gleichen Art geschlossen, daß *alle* Fälle dieser Art sich gleichen. Formal lautet der Schluß:

S_1 ist P, S_2 ist P, S_3 ist P, S_4 ist P, ..., S_n ist P.
Also: Alle S sind P.

Es handelt sich dabei um einen Schluß der *Wahrscheinlichkeit*: Es ist nur eine begründete Annahme, daß alle Fälle so sind wie die bereits bekannten. Wenn diese Fälle ihrer Anzahl nach unbegrenzt sind, kann die Folgerung nicht verifiziert werden; sie gilt deshalb solange, bis ein Fall bekannt wird, der sich von den bisherigen unterscheidet, bis sie also falsifiziert ist.

Das übliche Beispiel: Aus der Tatsache, daß bisher nur weiße Schwäne bekannt sind, folgert man, daß alle Schwäne weiß sind. Diese Aussage hat solange Gültigkeit, bis ein nicht-weißer Schwan gesehen wird, eine Verifikation wäre nur dadurch möglich, daß alle Fälle untersucht werden.

Analogieschluß

Wenn von zwei Gegenständen (S_1 und S_2) bekannt ist, daß sie viele Merkmale ($P_1 - P_n$) gemeinsam haben und sich in keinen wichtigen Merkmalen unterscheiden, dann kann man annehmen, daß ein zusätzliches Merkmal (P_{n+1}) von A auch bei B vorhanden ist. Formal lautet der Analogieschluß:

S_1 hat $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, P_{n+1}$
 S_2 hat $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$

 Also: S_2 hat P_{n+1}

Beispiel: Peter und Emil haben einen Nachmittag zusammen verbracht. Beide werden am Abend krank, zeigen die gleichen Symptome. Der hinzugezogene Arzt stellt bei Peter fest, daß eine Infektion vorliegt, die durch ein verdorbenes Speiseeis verursacht wurde, das Peter am Nachmittag aß. Damit ist die Annahme berechtigt, daß auch Emil ein verdorbenes Eis gegessen hat.

Beispiel zeigt: Ein Analogieschluß ist ein Schluß der *Wahrscheinlichkeit*; ob Peter tatsächlich verdorbenes Eis aß, bedarf eines gesonderten Nachweises. Analogieschlüsse sind deshalb vor allem geeignet, Vermutungen auszusprechen und Hypothesen aufzustellen, als Beleg für die Gültigkeit einer Behauptung sind sie nicht tauglich.

Abschließende Bemerkungen

In einem Schluß wird ausgehend von den Voraussetzungen etwas Neues gefolgert. Die Folgerung enthält ihrem Inhalt nach aber keine *völlig* neue Erkenntnis, sondern sie formuliert etwas explizit, was implizit in den Voraussetzungen bereits enthalten war. Die Gültigkeit und Wahrheit der Folgerung hängt deshalb nicht nur von der Korrektheit des Schließens, sondern auch von der Gültigkeit der Voraussetzungen ab. Das heißt: Die Gültigkeit der Folgerung ist auch bei einem formal korrekten Schluß immer nur soweit gesichert,

wie die Prämissen gesichert sind. Bei den Folgerungen muß man unterscheiden, ob sie den Status der Gewißheit besitzen oder nur eine Möglichkeit bzw. Wahrscheinlichkeit bezeichnen. Es gibt dabei zwei Gründe, weshalb Folgerungen nur wahrscheinlich sind:

a) Es handelt sich um eine Schlußfigur, die von vorneherein nur eine wahrscheinliche Aussage erlaubt wie z.B. bei einer Grund-Folge-Beziehung als erster Prämisse und der Feststellung der Folge in der zweiten Prämisse¹ oder den Analogieschlüssen.

b) Eine der Prämissen bezeichnet selbst nur eine Möglichkeit. Da die Folgerung niemals mehr Sicherheit haben kann als die Voraussetzungen gesichert waren, hat in einem solchen Fall die Folgerung auch dann nur den Status einer Möglichkeit oder Wahrscheinlichkeit, wenn die Schlußfigur eigentlich einen Schluß der Sicherheit erlaubt. Wenn also zum Beispiel die Grund-Folge-Beziehung in einer ersten Prämisse keinen *immer* zutreffenden Zusammenhang angibt, sondern nur einen wahrscheinlichen, kann auch bei Feststellung des Grundes die Folgerung selbst nur wahrscheinlich sein. Dazu ein letztes Beispiel:

	G	⊃	F (?)	Wenn Emil bestraft wird, dann weint er <i>häufig</i> .
+	G			Emil wird bestraft.

			+ F (?)	Emil wird <i>wahrscheinlich</i> weinen.

1) Vgl. die entsprechenden Beispiele bei den *gemischt-hypothetischen* Schlüssen.

Beweis

Ein Beweis soll den Nachweis der Wahrheit/Richtigkeit einer Behauptung erbringen. Dies geschieht dadurch, daß die Wahrheit dieser Behauptung mittels solcher Aussagen bewiesen wird, deren Geltung bereits feststeht. Ein Beweis enthält also folgende Elemente:

- den *Beweissatz*, der bewiesen werden soll,
- die *Beweisgründe*, deren Geltung bereits gesichert ist,
- das *Beweisverfahren*, in dem die Beweisgründe so verknüpft werden, daß aus ihnen der Beweissatz notwendig folgt.

Direkter Beweis

Im direkten Beweis wird die Gültigkeit des Beweissatzes unmittelbar aus den Beweisgründen gefolgert. Die Überzeugungskraft dieses Beweises beruht darauf, daß er im Prinzip die Umkehr eines Schlusses darstellt. Während im Schlußverfahren von bekannten und gesicherten Prämissen auf eine daraus sich ergebende Conclusio gefolgert wird, geht der Beweis von einem Schlußsatz (dem Beweissatz) aus und prüft, ob es gültige Prämissen gibt, aus denen dieser Satz notwendig folgt.

Indirekter Beweis

Im indirekten Beweis wird zunächst eine dem Beweissatz kontradiktorisch entgegengesetzte Aussage formuliert und diese dann widerlegt. Gemäß des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten gilt damit der eigentliche Beweissatz als bestätigt. Die im Beweisverfahren des indirekten Beweises notwendige Widerlegung stützt sich meist auf den Satz vom Widerspruch: Man nimmt fiktiv an, der negierte Beweissatz wäre gültig und prüft, in welchem Verhältnis dieser Satz zu gesicherten Beweisgründen steht. Ergibt sich dabei, daß dieser Satz (oder Konsequenzen aus ihm) den Beweisgründen (oder Konsequenzen aus ihnen) widerspricht, oder daß er zu sich widersprechenden Folgerungen führt, gilt er als widerlegt. Diese

Form der Widerlegung wird oft auch als 'reductio ad absurdum' bezeichnet.

Der Unterschied zwischen dem direkten und dem indirekten Beweis läßt sich schematisch wie folgt festhalten:

<i>Direkter Beweis</i>	<i>Indirekter Beweis</i>
Aufstellen des Beweissatzes.	Aufstellen des Beweissatzes.
./.	Negation des Beweissatzes.
Ableitung des Beweissatzes aus anerkannten Beweisgründen.	Widerlegung des negierten Beweissatzes mittels anerkannter Beweisgründe.
Der Beweissatz ist unmittelbar bestätigt.	Der Beweissatz gilt auf Grund des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten als bestätigt.

Beweisring und Beweiskette

Wissenschaftliche Texte sind in der Regel ein groß angelegter Argumentationsgang, der viele einzelne Schlüsse bzw. Einzelbeweise enthält. Dabei ist zu unterscheiden zwischen einem Beweisring und einer Beweiskette:

Bei einem *Beweisring* werden für denselben Beweissatz verschiedene Beweise vorgebracht, die auf unterschiedlichen Beweisgründen beruhen. Bei einer *Beweiskette* wird das Ergebnis des ersten Beweises als Beweisgrund im zweiten Beweis verwendet, das Ergebnis des zweiten Beweises als Beweisgrund im dritten usw. Falls in einem wissenschaftlichen Text Schlüsse oder Einzelbeweise der Wahrscheinlichkeit enthalten sind, ergeben sich unterschiedliche Konsequenzen für die Wahrscheinlichkeit des Endergebnisses je nachdem, ob es sich um einen Beweisring oder um eine Beweiskette handelt:

- Bei einer *Beweiskette* nimmt die Wahrscheinlichkeit ab, und zwar oft mehr, als es dem spontanen Eindruck entspricht. Ein Beispiel, das zugegebenermaßen recht konstruiert ist, aber diese abnehmen-

de Wahrscheinlichkeit verdeutlichen kann: Vorausgesetzt, drei Viertel der Frauen einer Stadt sind katholisch, drei Viertel der katholischen Frauen sind verheiratet, und drei Viertel der verheirateten katholischen Frauen haben Kinder. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Frau dieser Stadt eine verheiratete katholische Mutter ist? Sie beträgt nur etwa 43 %, denn aus den Voraussetzungen ergibt sich, in Zahlen ausgedrückt: Von 100 Frauen der Stadt sind 75 % katholisch = 75 Frauen, von diesen 75 Frauen sind 75 % verheiratet = 57 Frauen, von diesen 57 Frauen haben 75 % ein Kind = 43 Frauen.

- Bei einem *Beweisring* wird die Wahrscheinlichkeit größer, je mehr Einzelbeweise beigebracht werden können. Beispiel: Angenommen, eine Krankheit hat fünf voneinander unabhängige Symptome, die jeweils bei 75 % der Erkrankten auftreten. Je mehr dieser Symptome bei einem Menschen diagnostiziert werden, desto größer wird die Wahrscheinlichkeit, daß er an der Krankheit leidet.

Zusatz: Ein Minikrimi, frei nach A. Christie

als Beispiel für Beweise und die Möglichkeiten der Widerlegung

Der Sachverhalt:

In einem einsamen Landhaus im Norden Englands lädt der verwitwete Vater seine vier Kinder ein, um mit ihnen die beabsichtigte Änderung seines Testaments zu besprechen. Am Morgen nach der Besprechung findet ihn sein Butler erstochen im Bett.

Die Polizei wird gerufen, sichert die Spuren und vernimmt die Anwesenden. Niemand ist geständig. Es kommt zur Gerichtsverhandlung, angeklagt ist der Sohn Mike.

Aus der Anklageschrift des Staatsanwalts:

»Ich klage Mike an, seinen Vater heimtückisch ermordet zu haben.
...

Die Polizei hat folgendes festgestellt:

1. Ein Messer der Art, mit dem der Vater ermordet wurde, hat Mike unmittelbar nach der Einladung gekauft.
2. Er hat für die Tatzeit kein Alibi.
3. Der Butler hat kurz vor der (vom Gerichtsmediziner errechneten) Tatzeit bei seinem letzten Kontrollgang durch das Haus Mike im Flur in Richtung auf das Schlafzimmer laufen sehen.
4. An den sichergestellten Schuhen von Mike befanden sich die gleichen Staubpartikel wie auf dem Bettvorleger der Vaters.
5. Unter den Fingernägeln des Toten wurden kleine Wollfussel gefunden, die von der Hausjacke des Angeklagten stammen.

Ich werde alle diese Tatsachen in der Beweisaufnahme belegen. Sie lassen keinen Zweifel daran, daß Mike der Mörder ist: Er war im Besitz der Tatwaffe (1), hat zur Tatzeit sein Zimmer verlassen (2 + 3), hat sich zum Bett des Vaters begeben (4), wobei es zu einem Kampf kam (5) - aber der gebrechliche Vater hatte keine Chance, sich gegen den kräftigen Angeklagten erfolgreich zu wehren

Außerdem ist folgendes zu bedenken: Nehmen wir einmal an, er war es nicht. Dann muß jemand anderes der Täter gewesen sein. Die anderen Geschwister haben jedoch für die Tatzeit ein Alibi, da sie noch gemeinsam im Zimmer des Bruders Henry saßen, um sich weiter zu unterhalten. Das können und werden sie gegenseitig bezeugen. Sie scheiden also für die Tat ebenso aus wie ein Fremder, da des Nachts ein scharfer Schäferhund frei im Park herumläuft und keinen Ankömmling in das Haus kommen läßt. Damit kann nur Mike die Tat vollbracht haben.«

(Die Ausführungen zum Motiv ersparen wir uns ebenso wie die Einzelheiten der Beweisaufnahme und das Schlußplädoyer des Staatsanwalts, in dem er sinngemäß die Anklageschrift wiederholt und die Todesstrafe beantragt.)

Aus der Erwiderung des Verteidigers:

»Die Anklage ist nicht begründet, sie enthält wesentliche Fehler:

1. Die Beweisaufnahme hat ergeben, daß der Butler sehr schlecht sieht. Bei den ungünstigen Lichtverhältnissen im Flur und der Entfernung zwischen dem Butler und der beobachteten Person muß deshalb bezweifelt werden, daß er den Angeklagten eindeutig identifizieren konnte.
2. Die anderen von der Anklage angeführten Tatsachen werden nicht bestritten, wohl aber die Interpretationen des Staatsanwaltes:
 - Auch jeder andere konnte ein solches Messer kaufen.
 - Henry sagte aus, daß er nach der Zusammenkunft den Vater in sein Zimmer bis ans Bett begleitet hat. Dabei stolperte der

Vater auf der Treppe und hielt sich an der Jacke von Mike fest. Daher kommen die Staubpartikel an den Schuhen und die Wollfusseln beim Toten.

Außerdem ergibt sich aus der Beweisaufnahme, daß auch der Butler kein Alibi hat - er befand sich ja nach seinem eigenen Bekunden noch auf einem Rundgang durch das Haus. Auch er kommt deshalb als Täter in Frage, aber in dieser Richtung hat die Polizei nicht ermittelt!

Nehmen wir zudem einmal an, rein fiktiv, Mike war es wirklich. Mike arbeitete früher in einem polizeitechnischen Labor und ist mit den Ermittlungsmethoden der Polizei bestens vertraut. Als Täter hätte er sicherlich nicht so scheinbar eindeutige Indizien hinterlassen, sondern wäre viel geschickter vorgegangen: Diese Indizien sind damit geradezu ein Beleg dafür, daß er es nicht war!

Ich beantrage deshalb Freispruch!«

Fragen, bezogen auf die Ausführungen des Staatsanwaltes:

- Was sind jeweils der Beweissatz, die Beweisgründe und das Beweisverfahren?
- Was sind direkte, was sind indirekte Beweisangebote?

Fragen, bezogen auf die Ausführungen des Verteidigers:

- Worauf richtet sich die Kritik des Verteidigers?
- Was leistet die Kritik jeweils?